

提出日 2026 年 08 月 10 日

2026 年度 電子制御工学科 3 年

電子制御工学実験 1 レポート

課題記号 A-3

実験テーマ名 抵抗・コンデンサ・インダクタの特性

提出者： 実験班 4 班 名列番号 15 氏名 柴田健琉

共同実験者： (1) 後藤昊大 (2) 佐藤暖斗
(3) 高橋健太

実験実施日： 1. 2026 年 06 月 30 日
2. 2026 年 07 月 07 日
3. 2026 年 07 月 08 日
4. 2026 年 07 月 14 日

1 実験目的

今回の実験では、電気回路の基本的な受動素子の特性や動作を確認するために行った。

2 理論

2.1 コンデンサ

コンデンサとは電圧を加えると電荷を保持する素子である。コンデンサは電圧 $v(t)$ に比例して電流 $i(t)$ の時間微分である電荷 $q(t)$ を保持するので Eq. (2-1) が成り立つ。

$$\frac{dq}{dt} = i(t) = C \frac{dv}{dt} \quad (2-1)$$

Eq. (2-1) を電圧 $v(t)$ で示すと Eq. (2-2) が得られる。

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\delta) d\delta \quad (2-2)$$

ここで、 C はコンデンサの容量を表す¹⁾。

抵抗器とコンデンサの直列回路を RC 回路という。この回路の時刻 t における電圧を考える。抵抗値 R を持つ抵抗器と容量 C を持つコンデンサの直列回路に電流 $i(t)$ を流した際の回路全体の電圧 $v(t)$ は Eq. (2-3) となる。

$$v(t) = Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\delta) d\delta \quad (2-3)$$

ここで、Eq. (2-1) を用いて Eq. (2-3) を書き換えると一階線形微分方程式 Eq. (2-4) を得る。

$$v_i = RC \frac{dv_C}{dt} + v_C(t) \quad (2-4)$$

Eq. (2-4) の入力電圧 v_i は直流電圧で任意の定数とする。

Eq. (2-4) の微分方程式を変数分離形として一般解を求めると Eq. (2-5) となる。

$$\begin{aligned} RC \frac{dv_C}{dt} &= v_i - v_C \\ \frac{dv_C}{v_i - v_C} &= \frac{1}{RC} dt \\ \int \frac{dv_C}{v_i - v_C} &= \int \frac{1}{RC} dt \\ \log(v_i - v_C) + C_v &= -\frac{t}{RC} + C_t \\ e^{C_v}(v_i - v_C) &= e^{C_t} e^{-\frac{t}{RC}} \\ v_C &= v_i - (e^{C_t - C_v}) e^{-\frac{t}{RC}} \end{aligned} \quad (2-5)$$

ここで $e^{C_t - C_v}$ を C_0 と置き、 $v_C(0) = 0$ という条件を満たす C_0 を与えると Eq. (2-6) となる。

$$v_C(t) = v_i - C_0 e^{-\frac{t}{RC}} = v_i \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad \text{where, } C_0 = v_i \quad (2-6)$$

2.2 インダクタ

インダクタは電流を磁束としてエネルギーを保持する素子である。磁束が電流 $i(t)$ に比例する場合のインダクタにかかる電圧は Eq. (2-7) で示される。

$$v(t) = L \frac{di}{dt} \quad (2-7)$$

ここで, L はインダクタンスを表す¹⁾。

抵抗器とインダクタの直列回路を RL 回路という。この回路の時刻 t における電圧を考える。抵抗値 R を持つ抵抗器とインダクタンス L を持つインダクタの直列回路に電流 $i(t)$ を流した際の回路全体の電圧 $v(t)$ は Eq. (2-8) となる。

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt} \quad (2-8)$$

Eq. (2-8) の $v(t)$ を直流電圧 v_i の任意の定数関数とすると Eq. (2-9) の一階微分方程式が得られる。

$$v_i = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (2-9)$$

Eq. (2-9) の微分方程式を変数分離形として一般解を求めると Eq. (2-10) となる。

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= v_i - Ri = v_L \\ \frac{di}{v_i - Ri} &= \frac{dt}{L} \\ \int \frac{di}{v_i - Ri} &= \int \frac{dt}{L} \\ -\frac{1}{R} \log(v_i - Ri) + C_i &= \frac{1}{L}t + C_t \\ \log(v_i - Ri) + C_i &= -\frac{R}{L}t + C_t \\ e^{C_i}(v_i - Ri) &= e^{C_t}e^{-\frac{R}{L}t} \\ v_i - Ri &= e^{C_t - C_i}e^{-\frac{R}{L}t} = v_L \\ i &= \frac{v_i}{R} - \frac{1}{R}e^{C_t - C_i}e^{-\frac{R}{L}t} \end{aligned} \quad (2-10)$$

ここで, $e^{C_t - C_i}$ を C_0 とし, $i(0) = 0$ という条件を満たす C_0 を与えると Eq. (2-12) となる。

$$i(t) = \frac{v_i}{R} - \frac{C_0}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{v_i}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad \text{where, } C_0 = v_i \quad (2-11)$$

$$v_L(t) = C_0e^{-\frac{R}{L}t} = v_i e^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{where, } C_0 = v_i \quad (2-12)$$

2.3 共振周波数・Q 値・半値幅

RLC の交流回路網でインピーダンスが純抵抗性・純コンダクタンスを示す時の周波数を共振周波数という。直列回路の場合, インピーダンスは Eq. (2-13) となる。

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (2-13)$$

このインピーダンスが純抵抗性を示すのは括弧内の値が 0 になれば良いので共振周波数 f_r は Eq. (2-14) となる¹⁾.

$$f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2-14)$$

並列回路の場合, アドミタンスは Eq. (2-15) となる.

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} \quad (2-15)$$

このアドミタンスが純コンダクタンス性を示すのは括弧内の値が 0 になれば良いので共振周波数 f_a は Eq. (2-16) となる²⁾.

$$f_a = \frac{\omega_a}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2-16)$$

Q 値とは Quality Factor のことで, 共振時の共振のよさを示す指標である. 直列回路ではインダクタのインピーダンスと抵抗器の抵抗値との比がコンデンサのインピーダンスと抵抗器の抵抗値との比が等しい時の値で, 並列回路ではインダクタのアドミタンスと抵抗器のコンダクタンスとの比がコンデンサのアドミタンスと抵抗器のコンダクタンスとの比が等しい時の値である^{1) 2)}.

$$Q_{\text{Series}} = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{\omega_r C R} = \frac{1}{R} \frac{L}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{R} \frac{\sqrt{LC}}{C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2-17)$$

$$Q_{\text{Parallel}} = \omega_a C R = \frac{R}{\omega_a L} = R \frac{C}{\sqrt{LC}} = R \frac{\sqrt{LC}}{L} = R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (2-18)$$

半値幅とは共振周波数を中心に電力が半分, または電流・電圧のゲインが $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍になる 2 つの周波数の差を表す値で, 共振が鋭ければ鋭いほどこの値は小さくなる. 直列回路の場合, 半値幅 BW は Eq. (2-19) となる¹⁾.

$$\begin{aligned} Z_r &= R \\ \sqrt{2}Z_r &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ 2Z_r^2 &= 2R^2 = R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 \\ \pm R &= \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C} \\ 0 &= \omega^2 LC \pm \omega RC - 1, (\omega > 0) \\ \omega &= \frac{\pm RC + \sqrt{D}}{2LC} \\ \omega_1 &= \frac{-RC + \sqrt{D}}{2LC} \\ \omega_2 &= \frac{RC + \sqrt{D}}{2LC} \\ BW &= f_2 - f_1 = \frac{\omega_2}{2\pi} - \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L} = \frac{f_r}{Q_{\text{Series}}} \end{aligned} \quad (2-19)$$

並列回路の場合, 半値幅 BW は Eq. (2-20) となる²⁾.

$$\begin{aligned} Y_r &= \frac{1}{R} = G \\ \sqrt{2}Y_r &= \sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} \\ 2Y_r^2 &= 2G^2 = G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2 \\ \pm G &= \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega L} \\ 0 &= \omega^2 LC \pm \omega LG - 1, (\omega > 0) \\ \omega &= \frac{\pm LG + \sqrt{D}}{2LC} \\ \omega_1 &= \frac{-LG + \sqrt{D}}{2LC} \\ \omega_2 &= \frac{LG + \sqrt{D}}{2LC} \\ BW &= f_2 - f_1 = \frac{\omega_2}{2\pi} - \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{G}{2\pi C} = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{f_a}{Q_{\text{Parallel}}} \end{aligned} \tag{2-20}$$

3 実験条件・実験手順

3.1 実験器具

- 10 k Ω 抵抗器
- 47 Ω 抵抗器
- 1 nF コンデンサ
- 100 μ F コンデンサ
- 100 mH インダクタ
- ブレッドボード
- ジャンパーワイヤ
- ADALM2000
- オシロスコープ
- ファンクションジェネレータ

3.2 実験 1-1

ADALM2000 を使用して RC 直列回路に矩形波を入力し, 応答波形を観察する. なお, 矩形波の周期は $2t$ とし, t には回路の時定数の 1 倍, 5 倍, 15 倍の値を使用する.

抵抗器には 10 k Ω を, コンデンサには 1 nF のものを使用した.

3.3 実験 1-2

ADALM2000 を使用して RL 直列回路に矩形波を入力し, 応答波形を観察する. なお, 矩形波の周期は $2t$ とし, t には回路の時定数の 0.5 倍, 5 倍, 25 倍の値を使用する.

抵抗器には $10\text{ k}\Omega$ を, インダクタには 100 mH のものを使用した.

3.4 実験 2-1

Fig. 3-1 の RC 直列回路を作成し, ファンクションジェネレータを使用して正弦波を回路に入力し, オシロスコープとマルチメータで 1 kHz から 1 MHz までの回路のインピーダンス特性を測定する. オシロスコープで入力信号と抵抗器の電圧との位相差を測定し, マルチメータで抵抗器の電圧を測定する. 電流は抵抗器の抵抗値と電圧から求める. なお, 入力周波数が 10 kHz を超えるとマルチメータの読みが不正確になるのでオシロスコープで 10 kHz 以上の信号を測定した. コンデンサの静電容量は 1 nF のものと $100\text{ }\mu\text{F}$ のものをそれぞれ測定する.

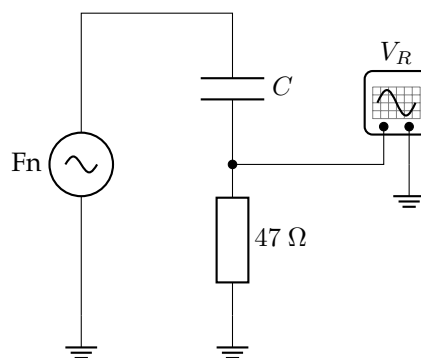


Fig. 3-1: Circuit Diagram for Experiment 2-1

3.5 実験 2-2

Fig. 3-2 の RL 直列回路を作成し, 実験 2-1 同様の手順でインダクタのインピーダンス特性を測定する. インダクタは 100 mH のものを使用した.

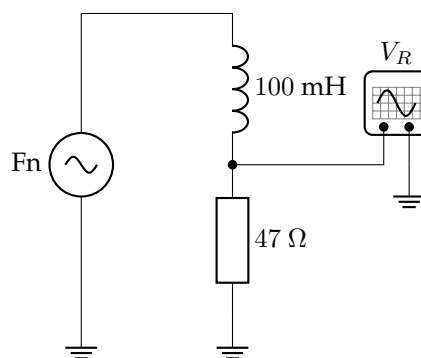


Fig. 3-2: Circuit Diagram for Experiment 2-2

3.6 実験 2-3

Fig. 3-3 の RLC 並列回路を作成し, ADALM2000 のネットワークアナライザ機能を使用して回路の応答特性を測定する. なお, 回路中に使用した素子は R_i には $10\text{ k}\Omega$ を, R には $100\text{ k}\Omega$ を, C には 1 nF を, そして L には 100 mH のものを使用した.

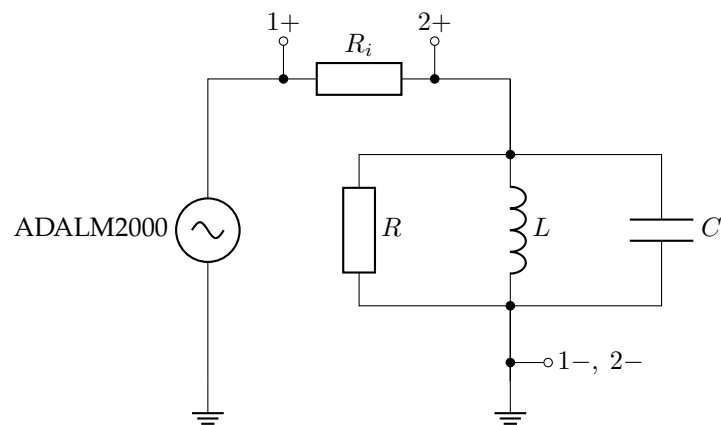


Fig. 3-3: Circuit Diagram for Experiment 2-3

4 実験結果

4.1 実験 1-1

Fig. 4-1 より, 入力信号の周期を長くするにつれ充放電の様子に違いが見られた. 特に $T_{in} = 2 \times \tau$ の場合には, コンデンサは完全に充放電されなかった.

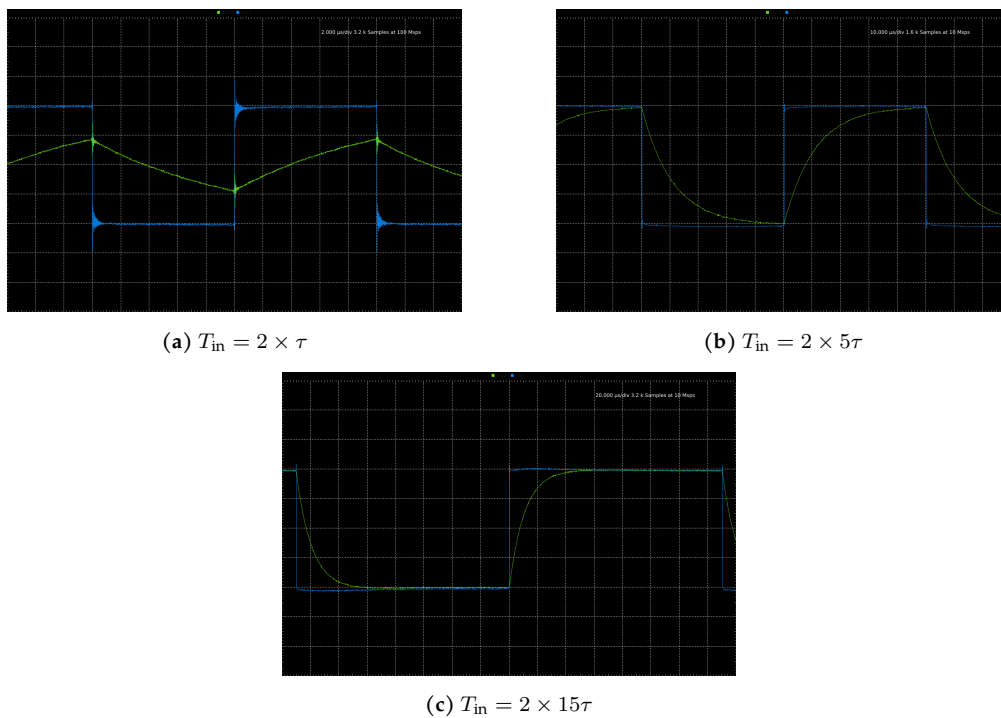


Fig. 4-1: Response of RC Circuit, Used $10\text{ k}\Omega$ Resistor and 1 nF Capacitor

4.2 実験 1-2

Fig. 4-2 より, コンデンサと似た電圧の充放電波形が得られた. しかし, $T_{in} = 2 \times 0.5\tau$ では特殊な波形が見られた.

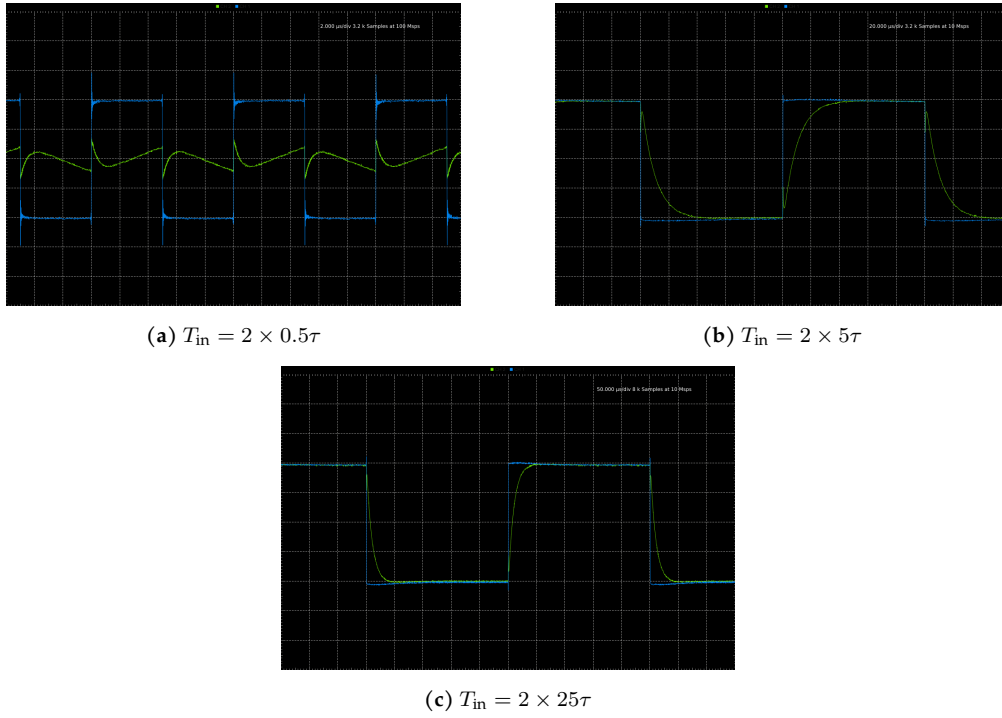


Fig. 4-2: Response of RL Circuit, Used 10 k Ω Resistor and 100 mH Inductor

4.3 実験 2-1

測定範囲を通じて、インピーダンス・位相ともに一定の傾向を確認した。

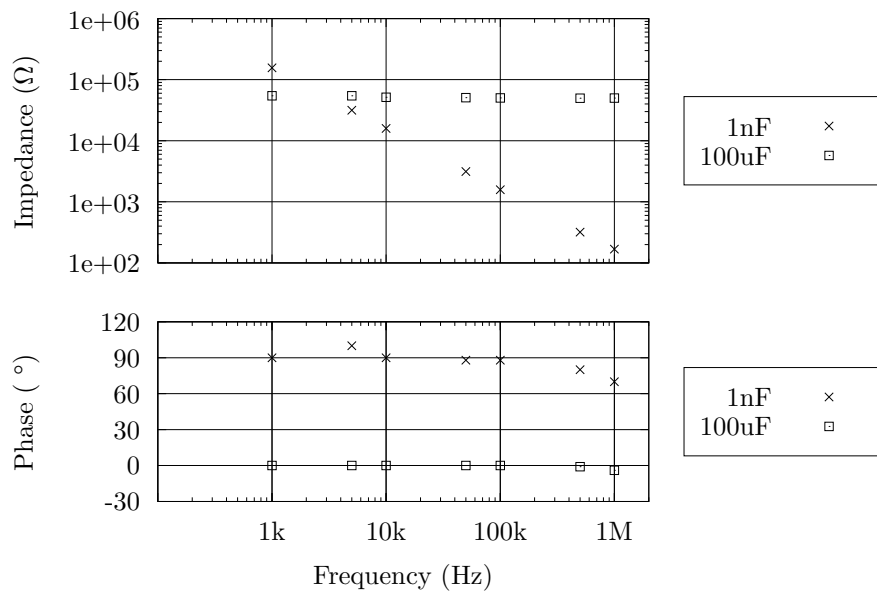


Fig. 4-3: Bode Plot of RC Circuit Response

4.4 実験 2-2

100 kHz から 500 kHz の範囲を境にインピーダンスは減少, 位相は 180° 変化した。

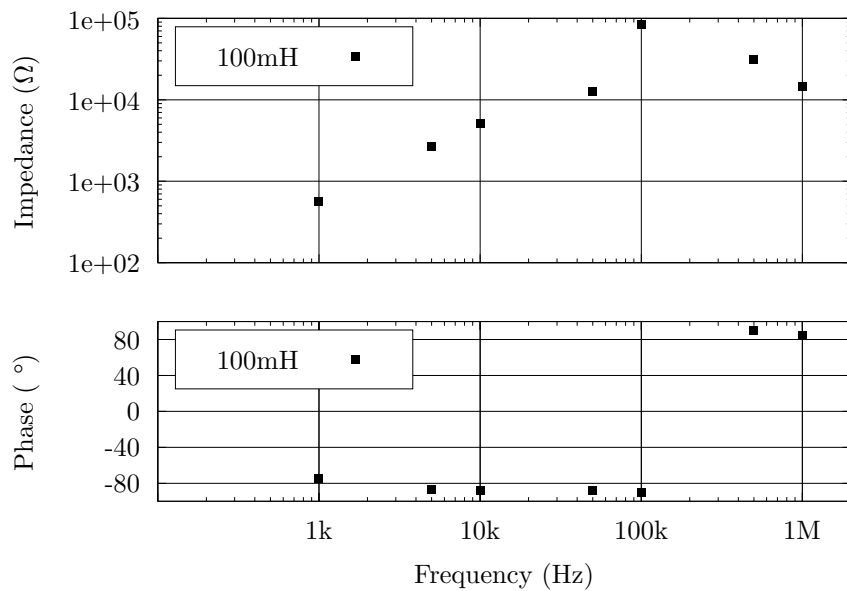


Fig. 4-4: Bode Plot of RL Circuit Response

4.5 実験 2-3

ゲインは緩やかな曲線を描き, 15 kHz 付近で最大となった。

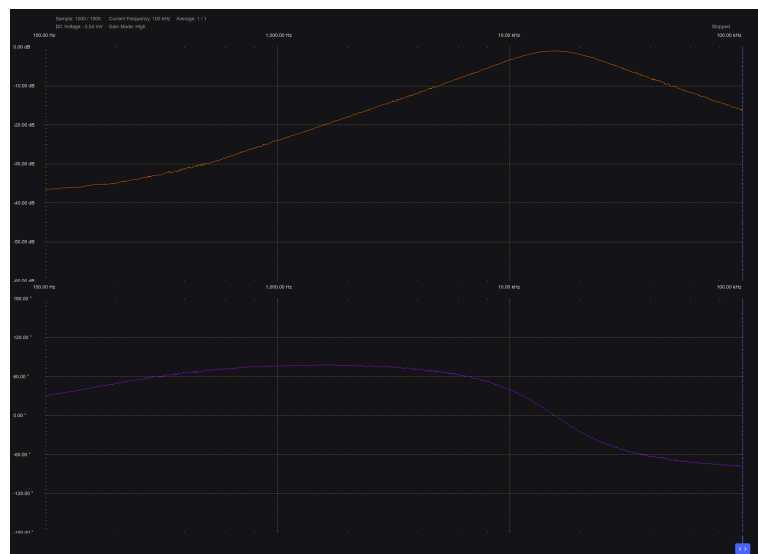


Fig. 4-5: Bode Plot of RLC Parallel Circuit Response

5 考察

5.1 実験 1-1

時定数とはある変動を加えた系の状態が平衡に達するまでの時間の尺度である。この時間が短ければ信号は直ぐに平衡状態になり、長ければ信号の変化はゆるやかとなり、平衡状態に達するまでの時間が長くなる³⁾。

Eq. (2-6) の指数関数項の指数が-1 になる時間が時定数 τ である、よって時定数は Eq. (5-1) となる。

$$\begin{aligned} v_C(\tau) &= v_i (1 - e^{-\frac{\tau}{RC}}) = v_i (1 - e^{-1}) \\ \tau &= RC \end{aligned} \quad (5-1)$$

Eq. (5-1) から時定数は抵抗値とキャパシタンスに比例することが分かる。

今回の実験では、時定数は $10 \text{ k}\Omega \times 1 \text{ nF} = 10 \text{ }\mu\text{s}$ となる。実際に Fig. 4-1b では $10 \text{ }\mu\text{s}$ で v_i の $(1 - e^{-1})$ 倍 $\approx 60\%$ まで充電されている。

5.2 実験 1-2

Eq. (2-12) の指数関数項の指数が-1 になる時間が時定数 τ なので、時定数は Eq. (5-2) となる。

$$\begin{aligned} v_L(\tau) &= v_i e^{-\frac{R}{L}\tau} = v_i e^{-1} \\ \tau &= \frac{L}{R} \end{aligned} \quad (5-2)$$

Eq. (5-2) から時定数はインダクタンスに比例し、抵抗値に反比例することが分かる。

今回の実験では、時定数は $\frac{100 \text{ mH}}{10 \text{ k}\Omega} = 10 \text{ }\mu\text{s}$ となる。実際に Fig. 4-2b では $10 \text{ }\mu\text{s}$ で v_i の $(1 - e^{-1})$ 倍 $\approx 60\%$ まで充電されている。

5.3 実験 2-1

Fig. 3-1 の回路内のシャント抵抗 R を無視するには、 $R \ll \frac{1}{2\pi fC}$ を満たす周波数領域内である必要がある。コンデンサのインピーダンスがシャント抵抗の $\frac{1}{100}$ 倍になる場合を十分小さいとみなし、 1 nF と $100 \text{ }\mu\text{F}$ のコンデンサでは Table 5-1 で示した範囲となった。

Table 5-1: Frequency Range for a Shunt Resistor being Insignificant in the Circuit

Capacitor	Range
1 nF	$f < 33.9 \text{ kHz}$
100 μF	$f < 0.338 \text{ Hz}$

Table 5-1 から分かるように、 $100 \text{ }\mu\text{F}$ では計測範囲の下限 1 kHz より更に低い周波数でシャント抵抗の抵抗成分が主となるため、実験結果 Fig. 4-3 の $100 \text{ }\mu\text{F}$ のインピーダンスは一定となり、電流と電圧は同相を示す理由に説明がつく。なので、結果からこのコンデンサの静電容量の推定は不可能となる。

一方、 1 nF のコンデンサは計測範囲内に納まっているので結果から静電容量の推定が可能である。実験結果

Fig. 4-3 から, 目測できる範囲で計算すると Eq. (5-3) となる.

$$\begin{aligned} f &= 5 \text{ kHz} \\ Z &= \frac{1}{2\pi fC} \approx 3 \times 10^4 \\ C &= \frac{1}{2\pi fZ} \approx 1.061 \text{ nF} \end{aligned} \quad (5-3)$$

これは定格容量の +6.1% の誤差となる.

5.4 実験 2-2

実験結果 Fig. 4-4 より, 目測できる範囲でインダクタンスを計算すると Eq. (5-4) となる.

$$\begin{aligned} f &= 5 \text{ kHz} \\ Z &= 2\pi fL \approx 3 \times 10^3 \\ L &= \frac{Z}{2\pi f} \approx 95.49 \text{ mH} \end{aligned} \quad (5-4)$$

これは定格インダクタンスの -4.51% の誤差となる.

また実験結果より, 100 kHz から 500 kHz の間でインピーダンスが減少する傾向に転じた. また, 位相では 180 度増加した. この現象は現実のインダクターは RLC 並列回路の一種であるとすれば説明できる. 銅線は値が低くとも抵抗値を持ち, 巻かれているので使用する長さも長くなり抵抗値が増える. また, 巻線間のピッチが短くなるので銅線どうしでコンデンサのように振舞うことがある. この仮想的なコンデンサが持つ静電容量を寄生キャパシタンスという.

マルチメータで測定したインダクターの端子間抵抗値は 138 Ω であったので等価回路は Fig. 5-1 となる.

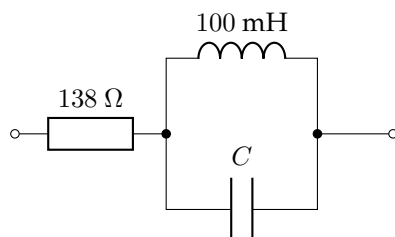


Fig. 5-1: Equivalent Circuit of Inductor

この回路のインピーダンスは Eq. (5-5) となり, 共振周波数は Eq. (5-6) となる.

$$\dot{Z} = R + \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{j\omega L}} = R - j \frac{\omega L}{\omega^2 CL - 1} \quad (5-5)$$

$$\begin{aligned}
Z &= |\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega L}{\omega^2 CL - 1}\right)^2} \\
Z_{\max} &= Z(f_a) = \infty \\
0 &= \omega^2 LC - 1 \\
\omega^2 &= \frac{1}{LC} \\
\omega &= \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi f_a \\
f_a &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}
\end{aligned} \tag{5-6}$$

100 kHz < f_a < 500 kHz を満たす寄生キャパシタンスは 1.061 pF < C < 26.53 pF となる。また, f_a を中間の 300 kHz とすると寄生キャパシタンスは 2.947 pF となる。

この共振周波数を境に回路が誘導性を示すか容量性を示すかが決まってくる。今回の実験では共振周波数より低い周波数では回路は誘導性を示し、電流は電圧より 90° 遅れ、共振周波数より高い周波数では回路は容量性を示し、電流は電圧より 90° 進む。

5.5 実験 2-3

今回の実験のパラメータから、抵抗成分は信号抵抗と主抵抗の合成並列抵抗であることに注意して計算すると、共振周波数は Eq. (5-7) となり、Q 値は Eq. (5-8) となった。

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{100 \text{ mH} \times 1 \text{ nF}}} = 15.915 \text{ kHz} \tag{5-7}$$

$$r = \frac{1}{R^{-1} + R_i^{-1}} \approx 9090.91 \text{ } \Omega \tag{5-8}$$

$$Q = r \times \sqrt{\frac{1 \text{ nF}}{100 \text{ mH}}} = 0.9091$$

そして、これらの値から半値幅の理論値を計算すると Eq. (5-9) となる。

$$\text{BW}_{\text{theory}} = \frac{f_r}{Q} \approx 17.51 \text{ kHz} \tag{5-9}$$

実験結果 Fig. 4-5 から目測で周波数を読み、半値幅を概算すると Eq. (5-10) となる。

$$\text{BW} = f_2 - f_1 = 26 \text{ kHz} - 9 \text{ kHz} = 17 \text{ kHz} \tag{5-10}$$

詳細な周波数を取得していなかったのが 500 Hz 以上の誤差が出てしまったが、共振周波数・半値幅ともに理論値とおおかた一致した。

これら共振周波数、Q 値や半値幅はフィルタ回路の設計で、どの周波数の信号をどれだけの振幅で通過させるかを決定するのに重要な指標である。共振周波数は通過・遮断させる主な周波数を、半値幅はフィルタの有効周波数の範囲を、そして Q 値はフィルタ通過後の振幅を決定する。

6 まとめ

今回の実験より以下の事が分かった：

- 回路素子の特性は周波数ごとに様々な様子を見せる
- インダクタやコンデンサの定数は有効な周波数での特性図から読み取れる
- フィルタの設計には Q 値や半値幅などの設定が重要となる

参考文献

- [1] 小郷 寛, 小亀 英己, and 石亀 篤司. “基礎からの交流理論”. In: 電気学会 and オーム社, 2023/04. 3章.
- [2] 小郷 寛, 小亀 英己, and 石亀 篤司. “基礎からの交流理論”. In: 電気学会 and オーム社, 2023/04, 77–80頁.
- [3] Britannica Japan Co. Ltd. and Encyclopædia Britannica Inc. “ブリタニカ国際大百科事典小項目電子辞書版”. Britannica Japan Co., Ltd., 2016.